

Program

Digitalna transformacija robotiziranih tovarn prihodnosti

DIGITOP

Rezultat D3.2

Prilagoditev trajektorije na podlagi podatkov okolice

Projekt/RRP

RRp 3: Industrijske raziskave: Napredna sodelujoča robotika za digitalni prehod

Vrsta dokumenta

Poročilo

Verzija dokumenta

Končna

Sodelujoči partnerji

IJS E1

Avtorji

Tadej Petrič in Leon Žlajpah

Datum priprave

: 23.7.2025

Kazalo

1	Uvod	3
2	Pregled stanja in izzivi mobilnih manipulatorjev	3
3	Predlagana metoda: lokalno vodenje z vektorskim poljem hitrosti	4
4	Analiza in eksperimentalna validacija	10
4.1	Prostorska analiza lokalnega vektorskega polja hitrosti	10
4.2	Eksperimentalna validacija	11
4.2.1	Fizično vodenje in prilagoditev mobilnega robota	12
4.2.2	Sledenje poti v celotnem delovnem prostoru	13
	Literatura	16

1 Uvod

V okviru projekta DIGITOP razvijamo napredne metode vodenja mobilnih manipulatorjev za uporabo v fleksibilnih, nestrukturiranih in dinamičnih industrijskih okoljih. Mobilni manipulatorji združujejo gibljivost mobilne platforme z natančnostjo robotske roke, kar jim omogoča izvajanje kompleksnih nalog v razširjenih delovnih prostorih. Njihova sposobnost kombiniranega gibanja povečuje prilagodljivost, a hkrati predstavlja nove izzive pri vodenju, načrtovanju poti in zagotavljanju varnega sodelovanja s človeškim operaterjem.

Eden ključnih izzivov pri mobilnih manipulatorjih je usklajeno vodenje podsklopov (mobilnega robota in manipulatorja), še posebej v primerih, ko globalna lokalizacija ni na voljo ali je nezanesljiva. Obstoječi pristopi pogosto temeljijo na optimizacijskih ali vzorčnih metodah, ki zahtevajo vnaprej izračunane poti ali natančne modele okolja. Takšni pristopi so omejeni v realnih industrijskih scenarijih, kjer pride do pogostih sprememb konfiguracije delovnega prostora ali do interakcij z nepredvidljivimi elementi.

Cilj tega poročila je predstaviti reaktiven in popolnoma lokalni pristop k vodenju mobilnih manipulatorjev, ki temelji na prostorsko moduliranem vektorskem polju hitrosti, definiranem v koordinatnem sistemu mobilne platforme. Opisana metoda omogoča realnočasovno prilagajanje gibanja glede na položaj robotskega orodja in okolja, brez potrebe po zunanji lokalizaciji ali centralnem načrtovalcu. Poseben poudarek je namenjen ohranjanju ločenosti med gibanjem manipulatorja in mobilne baze, pri čemer se slednja aktivira le, kadar je to potrebno za ohranjanje dosegljivosti celotnega delovnega prostora.

V nadaljevanju poročila je opisana struktura in delovanje predlagane metode, prikazana analiza zmogljivosti in predstavljeni rezultati eksperimentalne validacije v simulacijskem in realnem okolju. Rešitev naslavlja potrebe sodobnih proizvodnih sistemov po prilagodljivih in robustnih robotskih rešitvah, ki omogočajo varno in učinkovito delovanje v sodelovanju z ljudmi.

2 Pregled stanja in izzivi mobilnih manipulatorjev

Mobilni manipulatorji, ki združujejo gibljivost mobilnega robota s spretnostjo robotske roke, postajajo ključna tehnologija v industriji, storitveni robotiki in na področjih, kjer so potrebni mobilnost, natančnost in prilagodljivost. Njihova sposobnost delovanja v razširjenih, delno struktuiranih in dinamičnih okoljih jih postavlja v ospredje razvoja fleksibilnih proizvodnih sistemov in sodelovalne robotike [1, 4].

Kljub napredku v zaznavanju, načrtovanju gibanja in zmogljivosti strojne opreme ostaja glavni izziv usklajeno in zanesljivo vodenje takšnih sistemov po celotnem delovnem prostoru. Težava izhaja iz kombinacije kinematične redundance, dinamične sklopljenosti med manipulatorjem in osnovo ter neholonomnih omejitev gibanja, ki so značilne za večino mobilnih platform [16, 11, 7].

Sandakalum et al. [12] so izvedli obsežen pregled sodobnih metod načrtovanja gibanja in jih

razvrstili v tri glavne kategorije:

- **Optimizacijski pristopi**, ki iščejo globalno optimalno konfiguracijo sistema glede na kriterije, kot so manipulabilnost, dosegljivost ali učinkovitost [8, 5].
- **Vzorčne metode** (npr. PRM, RRT), ki z naključnim vzorčenjem in povezovanjem konfiguracij iščejo izvedljive poti brez trkov [2, 3].
- **Iskalne metode**, ki se zanašajo na diskretizacijo prostora in algoritme, kot sta A^* ali D^* , za iskanje poti [15].

Čeprav so omenjeni pristopi učinkoviti v znanih in statičnih okoljih, pogosto temeljijo na predhodno izračunanih načrtih gibanja ali sistemih za globalno lokalizacijo. To zmanjšuje njihovo sposobnost delovanja v realnem času, kar je ključno v aplikacijah, kot so mobilno sestavljanje, gospodinjska pomoč ali asistivna robotika, kjer se okolje in zahteve naloge stalno spreminjajo [6, 10, 13].

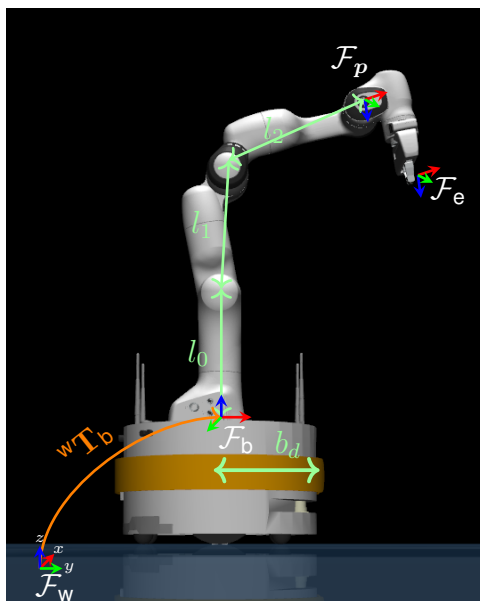
Zaradi teh omejitev se poudarek v raziskavah in razvoju premika od globalnega načrtovanja k lokalnemu, povratno-zančnemu vodenju. Bostelman et al. [1] so predlagali kazalnike uspešnosti, specifične za industrijsko uporabo mobilnih manipulatorjev, ki vključujejo ponovljivost, robustnost in možnost primerjave med platformami. Ghodsian et al. [4] pa opozarjajo na potrebo po fleksibilnih sistemih v kontekstu Industrije 4.0, kjer roboti delujejo v stalni interakciji z ljudmi in se morajo sproti prilagajati spremembam okolja.

Skupna ugotovitev teh del je, da sistemi vodenja, ki temeljijo izključno na globalnem zaznavanju in vnaprej definiranih načrtih, ne zadoščajo za sodobne potrebe. Namesto tega so potrebni reaktivni pristopi, ki temeljijo na lokalni zaznavi, neodvisni od globalne lokalizacije, ter omogočajo zanesljivo in varno delovanje v pogojih negotovosti in sprememb [11, 9, 14].

3 Predlagana metoda: lokalno vodenje z vektorskim poljem hitrosti

V tem poglavju predstavimo predlagani koncept vodenja, ki temelji na strategiji vektorskega polja hitrosti, posebej prilagojeni za neholonomske mobilne platforme. Ključna ideja metode je, da gibanje mobilnega robota vodimo izključno na podlagi relativnega položaja translacijskega vrha manipulatorja (TEE), pri čemer ta položaj izračunamo s poenostavljenim kinematičnim modelom.

Za zagotovitev računske učinkovitosti in numerične stabilnosti model vključuje le glavne sklepe robotske roke, ki so ključni za določanje položaja, medtem ko distalni sklepi – kot so tisti v zapestju – ki predvsem vplivajo na orientacijo, niso vključeni. S tem dosežemo opis dosegljivega delovnega prostora, ki je invarianten glede na orientacijo, kar odpravi potrebo po oceni celotne poze vrha robota ali zunanjem sledenju.



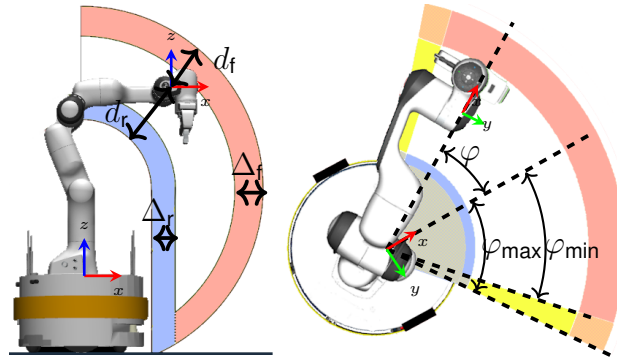
Slika 1: Kinematična zgradba in koordinatni sistemi sistema za mobilno manipulacijo. Slika prikazuje manipulator Franka Emika, nameščen na neholonomsko mobilno platformo PAL Tiago. Prikazani so koordinatni sistemi za globalni koordinatni sistem $\mathcal{F}_w$, osnovni koordinatni sistem $\mathcal{F}_b$, koordinatni sistem poenostavljenega translacijskega vrha robota $\mathcal{F}_p$ ter koordinatni sistem točke orodja (TCP) $\mathcal{F}_e$. Geometrijske veličine, pomembne za vodenje, vključujejo dolžine členov l_0 , l_1 in l_2 ter razdaljo do sprednjega roba platforme b_d .

Stanje mobilnega robota predstavimo z vektorjem $\mathbf{q}_b = [x_b, y_b, \theta]^\top$, ki opisuje položaj v ravnini in orientacijo platforme, medtem ko je stanje manipulatorja opisano z vektorjem sklepov $\mathbf{q}_m = [q_1, \dots, q_n]^\top$, kjer n označuje število sklepov v uporabljenem poenostavljenem modelu. Položaj TEE je izračunan neposredno iz teh sklepnih kotov in izražen v osnovnem koordinatnem sistemu robota $\mathcal{F}_b$, kar omogoča popolnoma lokalno vodenje – torej takšno, ki ne zahteva globalne lokalizacije. Ta struktura podpira reaktivno vodenje in bistveno zmanjšuje zahteve glede dodatne senzorske infrastrukture.

Predlagano vodenje je v celoti definirano v baznem koordinatnem sistemu in je odvisno zgolj od prostorskega razmerja med mobilno platformo in njenim lastnim manipulatorjem. Zaradi te zasnove je metoda še posebej primerna za primere, kjer globalna lokalizacija ni na voljo ali ni potrebna – na primer pri kinestetičnem učenju, teleoperaciji ali demonstracijah, ki jih vodi človek. Shema vodenja je odporna na manjše napake v lokalizaciji, dobro se prenaša med različnimi platformami in omogoča varno delovanje zgolj na podlagi notranjega zaznavanja in povratne informacije.

Za predstavitev koncepta vodenja smo uporabili robotski sistem, sestavljen iz manipulatorja Franka Emika, nameščenega na neholonomsko mobilno platformo PAL Tiago (glej sliko 1). V eksperimentalnem okolju je položaj TEE izračunan z uporabo poenostavljene direktne kinematike, ki vključuje le translacijske sklepe roke. Tako dobljen položaj, označen z $\mathbf{p} = [x, y, z]^\top$, predstavlja edini vhod v algoritem vodenja, ki temelji na lokalnem vektorskem polju hitrosti.

Iz vektorja $\mathbf{p}$ izpeljemo štiri geometrijske veličine:



Slika 2: Pogled s strani (levo) in pogled od zgoraj (desno) na delovni prostor robota z označenimi pragovnimi mejami in prehodnimi območji med mirovanjem in aktivnim vedenjem mobilne platforme. Barvna oznaka prikazuje vrsto odziva gibanja: modra območja sprožijo gibanje nazaj (umik), rdeča območja sprožijo gibanje naprej (razširitev delovnega prostora), rumena območja pa sprožijo rotacijo. Kombinacije rdeče ali modre z rumeno predstavljajo usklajeno linearno in kotno gibanje — torej umik z rotacijo (modra + rumena) ali gibanje naprej z rotacijo (rdeča + rumena).

- razdaljo med bazo in TEE: $d_p = \|\mathbf{p}\|$,
- kot v ravnini: $\varphi = \arctan 2(y, x)$, ki predstavlja usmeritev TEE glede na orientacijo baze,
- predznačeno razdaljo do zunanje meje delovnega prostora: d_t ,
- predznačeno razdaljo do notranjega območja umika: d_r .

Te količine predstavljajo osnovo za prostorsko modulirano strategijo vodenja, ki omogoča prilagajanje linearne in kotne hitrosti platforme glede na lego vrha robota. Na slikah 1 in 2 so prikazane definicije teh veličin ter prostorska razporeditev koordinatnih sistemov in aktivacijskih območij znotraj delovnega prostora.

Vedenje mobilnega robota določajo prostorski aktivacijski pragovi, ki modulirajo prehode med mirovanjem in aktivnim gibanjem. Razmejitve med temi stanji temelji na izračunu položaja translacijskega vrha robota, označenega z $\mathbf{p} = [x, y, z]^T$, izraženega v baznem koordinatnem sistemu robota $\mathcal{F}_b$. Za oceno prostorskega razmerja med vrhom robota in bazo sta uporabljeni dve predznačeni geometrijski razdalji.

Prva, d_t , predstavlja predznačeno razdaljo do sferične meje delovnega prostora, ki ima središče na višini l_0 in ima radij $r_t = l_1 + l_2$, ter je definirana kot

$$d_t = r_t - \|\mathbf{p} - \mathbf{c}\|, \quad (1)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Druga, d_r , predstavlja predznačeno razdaljo do navidezne navpične varnostne kapsule s

polmerom b_d in višino l_0 , ki ima središče okoli mobilnega robota. Definirana je kot

$$d_r = b_d - \begin{cases} \|\mathbf{p}_\perp\| & \text{if } z \leq l_0, \\ \|\mathbf{p} - \mathbf{c}\| & \text{if } z > l_0, \end{cases} \quad (3)$$

kjer je $\mathbf{p}_\perp = [x, y]^\top$ vodoravna projekcija položaja vrha robota glede na mobilno platformo.

Predznačeni razdalji d_f in d_r predstavljata osnovo za prostorsko modulirano shemo vodenja, ki določa vedenje gibanja mobilnega robota. Čeprav je vodenje v ozadju realizirano prek zveznih vektorskih polj hitrosti, je odziv sistema intuitivno razumljiv skozi aktivacijo glede na prostorska območja.

Ta aktivacijska območja omogočajo zvezne prehode med mirovanjem, gibanjem naprej in umikom, odvisno od relativne lege vrha robota. Kot prikazuje slika 2, je vedenje mobilnega robota določeno z dvema pragoma: Δ_f , ki označuje bližino zunanje meje delovnega prostora in sproži gibanje naprej, ter Δ_r , ki označuje notranje območje umika in ob prekoračitvi sproži gibanje nazaj.

Mobilni robot ostane v mirovanju, kadar je vrh robota umeščen znotraj varnega in udobnega območja manipulacije, torej kadar velja $d_f \geq \Delta_f$ in $d_r > \Delta_r$. Takoj ko je katerikoli od teh pogojev kršen – bodisi se vrh robota približa zunanji meji delovnega prostora ($d_f < \Delta_f$) bodisi pride preblizu osnovi ($d_r \leq \Delta_r$) – mobilni robot postane aktiven. V takih primerih se pomakne naprej, da razširi dosegljivo območje, ali nazaj, da ohrani varno konfiguracijo, odvisno od zaznane prostorske odklonitve.

Namesto da bi sistem temeljil na binarnem preklapljanju ali eksplicitno definiranih prepovedanih conah, omogoča zvezne prehode med različnimi vedenjskimi načini z uporabo zveznih interpolacijskih funkcij. Te funkcije ustvarjajo stabilen in postopen odziv ter s tem naravno preprečujejo konfiguracije, ki presegajo fizikalne ali varnostne omejitve robota. Posledično prostorsko modulirana strategija omogoča robustno in na kontekst prilagojeno vedenje, hkrati pa se izogne sunkovitim ukazom gibanja ali vnaprej določenim omejitvam.

Linearna hitrost v določa gibanje mobilnega robota naprej ali nazaj glede na prostorsko razporeditev vrha manipulatorja. Kot izhaja iz zasnove na osnovi pragov, aktivacijo translacijskega gibanja določata dve predznačeni razdalji: d_r , ki meri bližino notranjemu območju umika, in d_f , ki označuje bližino zunanji meji delovnega prostora. Definiramo jo kot

$$v = \begin{cases} -K_r \cdot (\Delta_r - d_r) & \text{if } d_r < \Delta_r, \\ K_f \cdot (\Delta_f - d_f) & \text{if } d_f < \Delta_f \text{ and } d_r \geq \Delta_r, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

kjer sta K_r in K_f proporcionalni ojačitvi za gibanje nazaj (umik) oziroma gibanje naprej (razširitev dosega). Ko vrh robota vstopi v območje umika ($d_r < \Delta_r$), se mobilni robot začne pomikati nazaj, pri čemer je hitrost sorazmerna z globino prodiranja v območje. Nasprotno pa se ob doseženem pragu za gibanje naprej ($d_f < \Delta_f$) mobilni robot pomakne naprej, da ohrani dosegljivost naloge.

Takšna formulacija omogoča, da se mobilni robot neprekinjeno in predvidljivo odziva na spremembe v položaju manipulatorja, razširja učinkovit delovni prostor, kadar je to potrebno,

ter hkrati ohranja varnost v bližini osnove. Sistem ostane v mirovanju, kadar noben od pragov ni presežen, s čimer se izognemo nepotrebnemu gibanju in zagotovimo energetsko učinkovito delovanje.

Željena kotna hitrost ω določa orientacijo mobilnega robota in jo usklajuje z usmeritvijo vrha robota. Temelji na kotnem odklonu v ravnini $\varphi = \arctan 2(y, x)$, kjer x in y predstavljata koordinati vrha robota, izraženi v bazičnem koordinatnem sistemu robota $\mathcal{F}_b$. Zvezna oblika polja vodenja vrtenja zagotavlja stabilnost in preprečuje sunkovite ali oscilatorne odzive, zlasti v bližini poravnave. Definiramo jo kot

$$\omega_n = K_\omega \cdot \text{sign}(\varphi) \cdot \gamma(|\varphi|), \quad (5)$$

kjer je K_ω skalarno ojačanje za vrtenje, $\gamma(|\varphi|) \in [0, 1]$ pa gladka aktivacijska funkcija:

$$\gamma(|\varphi|) = \begin{cases} 0 & \text{if } |\varphi| \leq \varphi_{\min}, \\ 3s^2 - 2s^3 & \text{if } \varphi_{\min} < |\varphi| < \varphi_{\max}, \\ 1 & \text{if } |\varphi| \geq \varphi_{\max}, \end{cases} \quad (6)$$

$$s = \frac{|\varphi| - \varphi_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}.$$

Takšna *smoothstep* interpolacija omogoča postopen prehod med pragoma $\varphi_{\min}$ in $\varphi_{\max}$, kot je prikazano na desni strani slike 2, ter zagotavlja natančno poravnavo orientacije brez tresljajev.

Ko vrh robota vstopi v območje umika – torej se približa osnovi – nominalno kotno vodenje preneha veljati, aktivira pa se vnaprej določeno rotacijsko vedenje za umik. Mobilni robot se poravna z vnaprej določeno ciljno orientacijo φ_t , ki je običajno usmerjena proč od smeri približevanja. Vodilo za umik z rotacijo je definirano kot

$$\omega_r = -\text{sign}(\varphi_t - \varphi) \cdot \omega_{\max} \cdot \eta(d_r), \quad (7)$$

kjer je $\omega_{\max}$ največja kotna hitrost, $\eta(d_r)$ pa aktivacijska funkcija, ki je odvisna od bližine meje območja umika. Ciljna orientacija φ_t se izračuna enkrat ob vstopu v način umika in ostane nespremenjena, dokler sistem ne zapusti tega načina:

$$\varphi_t = -\text{sign}(\varphi) \cdot \varphi_{\max}, \quad (8)$$

kjer je φ kotni odklon ob vstopu v območje umika, $\varphi_{\max}$ pa največji dovoljeni kotni odklon orientacije. To zagotavlja enotno in predvidljivo vrtenje stran od manipulatorja.

Aktivacijska funkcija $\eta(d_r)$ modulira rotacijo med umikom glede na oddaljenost od meje območja umika:

$$\eta(d_r) = \begin{cases} 0 & \text{if } d_r \geq \Delta_r, \\ 1 & \text{if } d_r \leq \Delta_r - \epsilon, \\ 3s^2 - 2s^3 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (9)$$

$$s = \frac{d_r - (\Delta_r - \epsilon)}{\epsilon}.$$

Kubična interpolacija zagotavlja zvezni prehod, s čimer se izognemo diskontinuitetam vodenja in izboljšamo stabilnost v bližini meje območja umika. Mehki rob aktivacije, označen z ϵ , zagotavlja, da se vedenje umika začne z gibanjem nazaj, medtem ko se rotacijska poravnava postopoma dodaja, ko vrh robota prodira globlje v območje umika.

Končni ukaz za kotno hitrost ω se določi glede na stanje umika: ko vrh robota vstopi v območje umika ($d_r < \Delta_r$), mobilni robot izvede rotacijo, značilno za umik (ω_r); v nasprotnem primeru sledi nominalni poravnavi orientacije ω_n . Definiran je kot

$$\omega = \begin{cases} \omega_r & \text{if } d_r < \Delta_r, \\ \omega_n & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

Za zagotavljanje zveznih prehodov in dušenje visokofrekvenčnega šuma v signalih vodenja se tako na linearne kot na kotne ukaze hitrosti uporabi eksponentno glajenje. Označimo naj k kot trenutni diskretni časovni korak vodenja. Glajene hitrosti $\hat{v}_k$ in $\hat{\omega}_k$ se izračunata po naslednji enačbi:

$$\hat{v}_k = (1 - \alpha)v_{k-1} + \alpha v_k, \quad (11)$$

$$\hat{\omega}_k = (1 - \alpha)\omega_{k-1} + \alpha \omega_k, \quad (12)$$

kjer je $\alpha \in (0, 1)$ koeficient glajenja, v_k in ω_k pa sta neobdelana ukaza hitrosti, generirana v trenutnem koraku, medtem ko v_{k-1} in ω_{k-1} predstavljata ukaza, uporabljena v prejšnjem ciklu vodenja. Tak nizkopasovni filter zmanjšuje hitra nihanja v hitrosti ter s tem prispeva k večji stabilnosti in gladkosti vodenja med izvajanjem gibanja.

Da bi zagotovili upoštevanje omejitev hitrosti in pospeška mobilnega robota, glajene želene hitrosti nato obdelamo z dvofaznim omejevalnikom spremembe. Najprej je razlika med trenutnim in prejšnjim korakom omejena, tako da ne presega dovoljenega maksimalnega pospeška. Nato se dobljena vrednost dodatno omeji tako, da ne preseže največje dovoljene hitrosti platforme:

$$\tilde{v}_k = \psi_{v_{\max}}(v_{k-1} + \psi_{\Delta v_{\max}}(\hat{v}_k - v_{k-1})), \quad (13)$$

$$\tilde{\omega}_k = \psi_{\omega_{\max}}(\omega_{k-1} + \psi_{\Delta \omega_{\max}}(\hat{\omega}_k - \omega_{k-1})), \quad (14)$$

kjer $v_{\max}$ in $\omega_{\max}$ označujeta največjo linearno oziroma kotno hitrost, $\Delta v_{\max}$ in $\Delta \omega_{\max}$ pa pripadajoče maksimalne spremembe hitrosti (pospeške).

Omejevalna (saturacijska) funkcija $\psi_r(x)$ je definirana kot:

$$\psi_r(x) = \begin{cases} -r & \text{if } x < -r, \\ x & \text{if } -r \leq x \leq r, \\ r & \text{if } x > r. \end{cases} \quad (15)$$

Ta saturacijska funkcija zagotavlja, da se želene vrednosti hitrosti spreminjajo gladko in ostajajo znotraj varnih dinamičnih meja, s čimer preprečimo nenadne pospeške, ki bi lahko destabilizirali mobilnega robota ali presegli zmogljivosti pogonskih sklopov.

Končni vektor zelenih hitrosti, ki se posreduje mobilnemu robotu, je tako definiran z:

$$\mathbf{u}_b = \begin{bmatrix} \tilde{v}_k \\ \tilde{\omega}_k \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Ta prostorsko vodena strategija omogoča, da mobilna platforma ostane pasivna, kadar manipulator deluje znotraj udobnega in varnega območja delovanja, aktivira pa se le takrat, ko je to potrebno – bodisi za razširitev dosega bodisi za preprečitev nevarne bližine osnovi. Na ta način sistem omogoča varno in predvidljivo delovanje brez potrebe po binarnem preklapljanju stanj ali uporabi globalne logike.

4 Analiza in eksperimentalna validacija

Za preverjanje učinkovitosti predlaganega sistema vodenja mobilnega robota smo izvedli kombinacijo prostorske analize vektorskega polja hitrosti ter eksperimentalno validacijo v različnih pogojih sledenja in interakcije. Rezultati potrjujejo, da sistem omogoča zvezno, odzivno in varno obnašanje osnove glede na gibanje vrha robota.

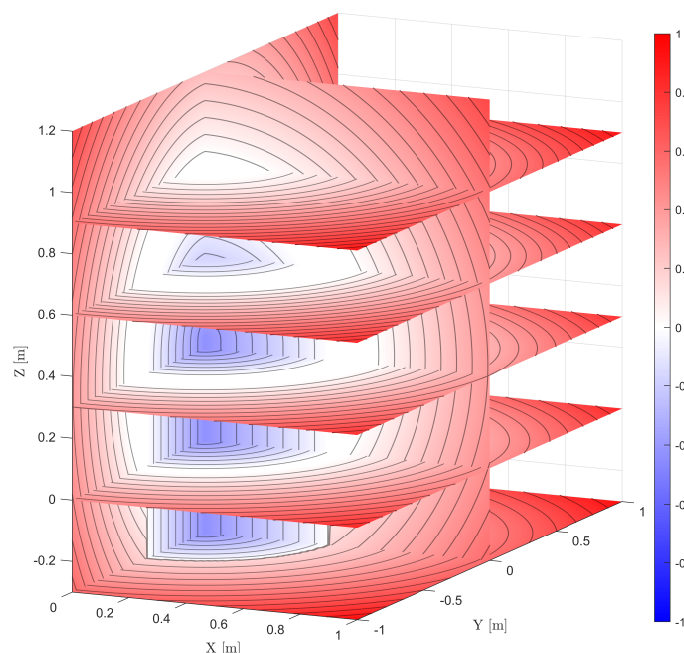
4.1 Prostorska analiza lokalnega vektorskega polja hitrosti

Za ilustracijo obnašanja sistema vodenja smo analizirali rezultatno vektorsko polje hitrosti na diskretizirani mreži delovnega prostora. Polje temelji na translacijskem položaju vrha robota $\mathbf{p} = [x, y, z]^T$, izraženem v bazičnem koordinatnem sistemu. Željena linearna hitrost v se za vsako točko izračuna glede na predznačene razdalje d_f in d_r , kot opisano v poglavju 3.

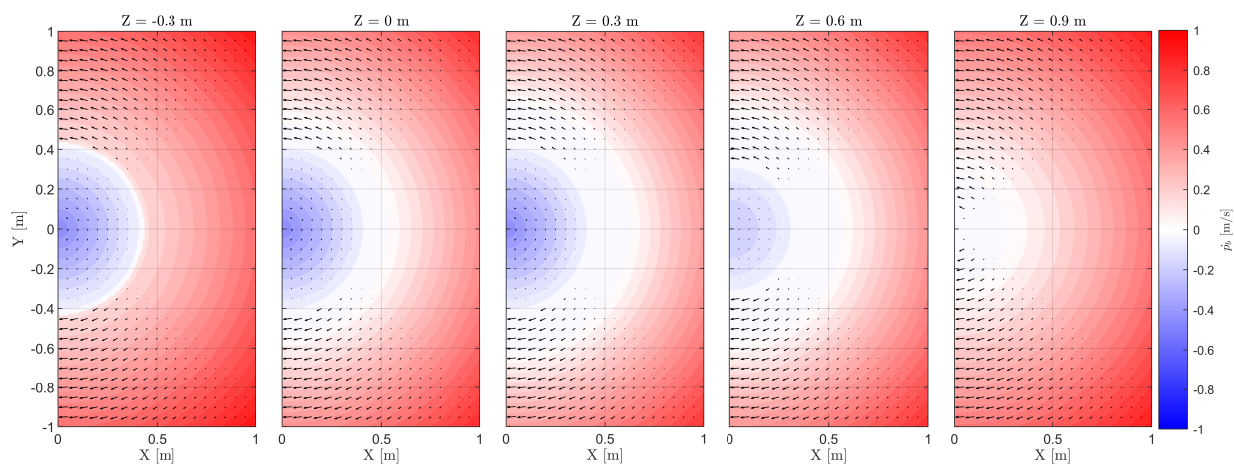
Slika 3 prikazuje tridimenzionalni prikaz polja hitrosti v delovnem prostoru $X-Y-Z$. Barvna lestvica ponazarja velikost in smer zelene linearne hitrosti v , pri čemer rdeča pomeni pozitivno (naprej), modra negativno (nazaj) hitrost. Vsaka rezina prikazuje spremembe polja glede na višino z .

Za intuitivnejši vpogled v lokalne odzive so v sliki 4 prikazane dvodimenzionalne rezine na različnih višinah ($z = -0,3$ m do $0,9$ m). Ozadje prikazuje vrednost v , medtem ko puščice prikazujejo smer in velikost kotne hitrosti ω . Te prikazujejo, kako mobilni robot postopoma poravnava svojo orientacijo glede na položaj vrha robota.

Zvezne spremembe smeri vektorjev potrjujejo gladkost kotnega vodenja, zlasti v bližini pragov $\varphi_{\min}$ in $\varphi_{\max}$. Sistem s tem omogoča natančne, stabilne prehode med obračanjem in mirovanjem ter preprečuje oscilacije ali nestabilnost. Vizualizacije potrjujejo prostorsko skladnost in odzivnost vodenja, kar potrjuje njegovo ustreznost za varno delovanje mobilnega robota v dinamičnih manipulacijskih nalogah.



Slika 3: Prostorski prikaz vektorskega polja linearne hitrosti v delovnem prostoru robota. Barva označuje vrednost želene hitrosti mobilnega rovota v : modro pomeni gibanje nazaj (umik), rdeče gibanje naprej (razširitev), belo pa mirovanje znotraj osrednjega območja dosega. Vsaka vodoravna rezina ustreza fiksni višini z .



Slika 4: Dvodimenzionalni prerezi vektorskega polja v ravnini X - Y na različnih višinah z . Barvna lestvica prikazuje linearno komponento hitrosti v , puščice pa celotni vektor hitrosti (linearno + kotno). Vidni so prehodi med stanji mirovanja, gibanja naprej in gibanja nazaj v odvisnosti od višine.

4.2 Eksperimentalna validacija

Eksperimentalni sistem sestavljata manipulator Franka Emika, nameščen na neholonomsko mobilno platformo PAL Robotics Tiago. Za potrebe vrednotenja smo globalni položaj mobilnega robota določali s pomočjo optičnega sistema za zajem gibanja, skladno z metodologijo opisano v [16]. Pomembno pa je poudariti, da se ta globalna informacija uporablja zgolj v

analizi – predlagano vodenje na osnovi vektorskega polja nanjo ni vezano.

Ena izmed ključnih lastnosti predlaganega pristopa je popolna ločenost vodenja mobilnega robota od vodenja manipulatorja. Ta neodvisnost omogoča uporabo poljubnih strategij za vodenje roke – vključno s fizičnim vodenjem (kinestetično učenje), teleoperacijo ali avtonomnim načrtovanjem – brez potrebe po prilagoditvah vodenja mobilne osnove. Obnašanje osnove je tako povsem določeno z relativnim položajem vrha robota glede na bazo robota, kar povečuje modularnost in prilagodljivost sistema.

4.2.1 Fizično vodenje in prilagoditev mobilnega robota

V tem scenariju pokažemo, kako predlagani algoritem omogoča intuitivno, neposredno učenje obnašanja mobilnega robota z uporabo fizične interakcije z robotsko roko. Uporabnik fizično vodi manipulator po želeni poti z uporabo kinestetičnega gibanja. Medtem sistem v vsakem trenutku oceni položaj vrha robota v bazičnem koordinatnem sistemu in generira pripadajoče ukaze hitrosti, s katerimi se mobilni robot prilagodi.

Ključno je, da vodenje osnove temelji izključno na relativni legi vrha robota in ne uporablja zunanjih referenc, globalne lokalizacije ali eksplicitnih ukazov za osnovo. Tako lahko uporabnik premakne celoten sistem zgolj z manipulacijo roke, mobilni robot pa se temu reaktivno prilagaja, da ohrani dosegljivost in prepreči neželene konfiguracije v neposredni bližini osnove.

Ta primer poudari lokalno in reaktivno naravo predlaganega algoritma. Ker vodenje mobilne platforme deluje neodvisno od načina vodenja manipulatorja, sistem podpira širok nabor scenarijev, vključno z učenjem s pomočjo človeka, programiranjem z demonstracijo ali deljeno avtonomijo. Poleg tega zaradi uporabe zgolj notranjih senzorjev (stanj sklepov) sistem ostaja robusten, kar je jasno razvidno iz poteka eksperimenta na sliki 5.



Slika 5: Zaporedje gibov med kinestetičnim vodenjem. Uporabnik fizično premika robotsko roko, medtem ko se mobilni robot samodejno prilagaja gibanju vrha robota, da ohrani dosegljivost.

4.2.2 Sledenje poti v celotnem delovnem prostoru

Gibanje manipulatorja je v tem scenariju zasnovano na hierarhiji prioritet nalog. Primarni cilj je sledenje željeni poti vrha robota (TCP), medtem ko se sekundarne naloge – kot je regulacija drže sklepov – rešujejo v ničelnem prostoru. Vsi referenčni signali in napake so izraženi v bazičnem koordinatnem sistemu.

Želene hitrosti sklepov se določijo z izrazom:

$$\dot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{J}_m^\# (\mathbf{K}_p \mathbf{e} + \dot{\mathbf{p}}_d) + \mathcal{N}_m \dot{\mathbf{q}}_n, \quad (17)$$

kjer je $\mathbf{J}_m^\#$ posplošeni inverz Jakobijeve matrike manipulatorja, $\mathbf{K}_p$ je ojačitvena matrika, $\mathbf{e}$ je napaka položaja med želeno in trenutno pozicijo vrha robota, $\dot{\mathbf{p}}_d$ pa podana referenčna hitrost v koordinatnem sistemu robota $\mathcal{F}_b$, dobljena iz:

$$\mathbf{x}_d = {}^b\mathbf{T}_w' {}^w\mathbf{x}_d. \quad (18)$$

Projekcija v ničelni prostor $\mathcal{N}_m$ in hitrost v ničelnem prostoru $\dot{\mathbf{q}}_n$ omogočata izvajanje sekundarnih nalog, ne da bi vplivale na primarno.

Napaka položaja vrha robota je definirana kot:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}, \quad (19)$$

kjer je $\mathbf{x}$ trenutna pozicija TCP v koordinatnem sistemu baze $\mathcal{F}_b$. Posplošeni Jakobijev inverz je določen z metodo dušenega najmanjšega kvadrata:

$$\mathbf{J}_m^\# = (\mathbf{J}_m^T (\mathbf{J}_m \mathbf{J}_m^T + \lambda \mathbf{I}))^{-1}, \quad (20)$$

pri čemer je λ regularizacijski parameter (npr. $\lambda = 0.05$), ki stabilizira inverzijo v bližini singularnosti. Projekcija v ničelni prostor je definirana kot:

$$\mathcal{N}_m = \mathbf{I} - \mathbf{J}_m^\# \mathbf{J}_m. \quad (21)$$

Pomembno je poudariti, da je gibanje mobilnega robota še vedno vodeno povsem neodvisno, skladno z metodo, opisano v poglavju 3. Takšna ločena struktura omogoča, da se mobilni robot neprekinjeno odziva na spremembe v legi manipulatorja ter ohranja celovit doseg po celotnem delovnem prostoru.

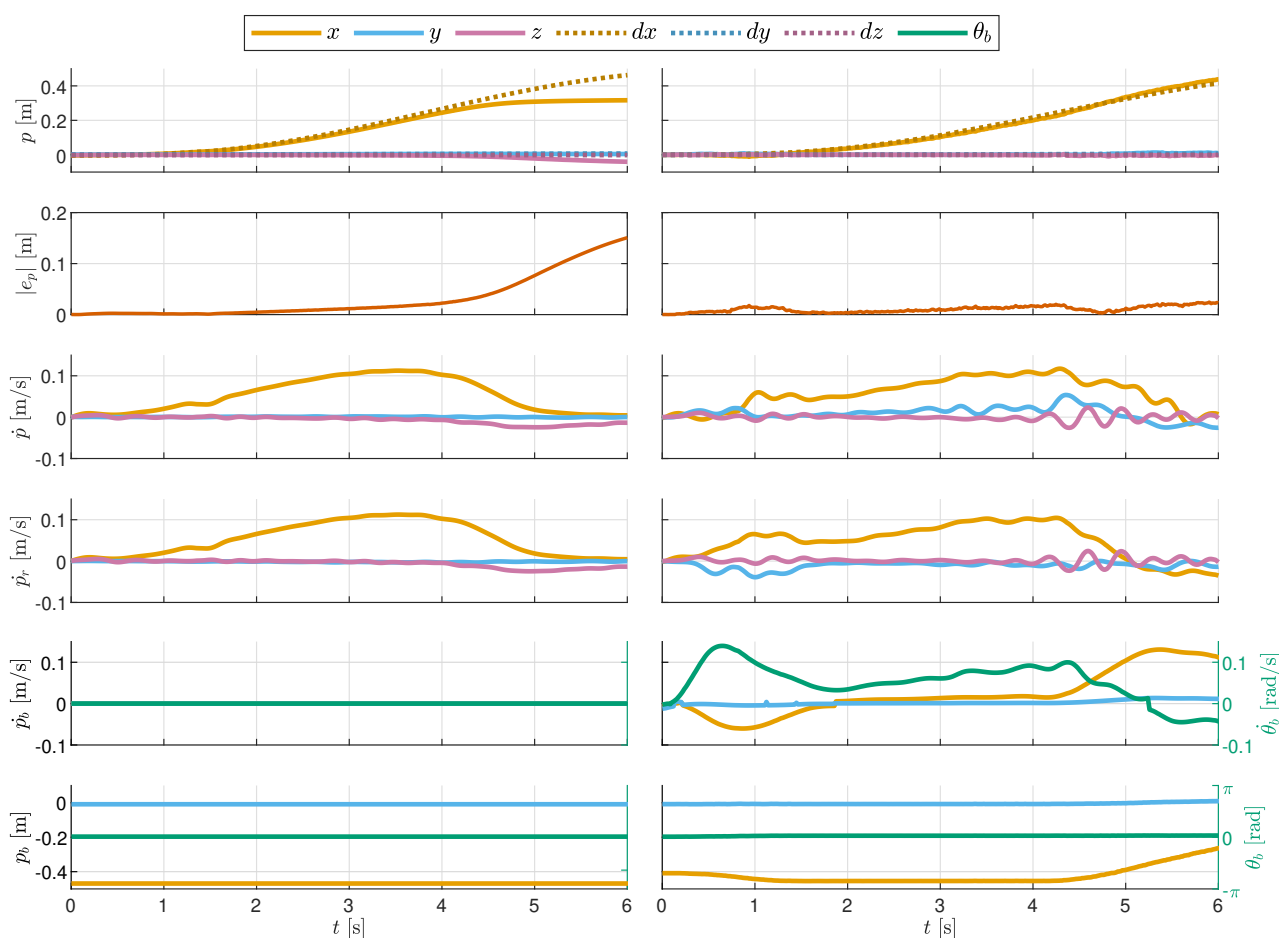
Slika 6 prikazuje primerjalno analizo dveh konfiguracij sistema med sledenjem poti v smeri naprej: ena z zaklenjeno osnovo (levo), druga z omogočenim gibanjem osnove (desno). Prva vrstica prikazuje dejanske in referenčne položaje TCP vzdolž osi x , kjer je pri zaklenjeni osnovi razviden večji odklon zaradi omejenega dosega. Druga vrstica podrobneje prikazuje napako sledenja, ki je znatno večja v primeru mirovanja. Tretja in četrta vrstica prikazujeta hitrost TCP v globalnem koordinatnem prostoru, slednja služi kot vhod za vodenje mobilne osnove. Peto vrstico predstavljajo linearna in kotna hitrost mobilnega robota (nič v zaklenjenem primeru, aktivna v drugem), šesta pa potrjuje premik mobilnega robota naprej v primeru omogočenega gibanja. Celota potrjuje pomen usklajenega gibanja osnove za doseganje celovitega in natančnega sledenja poti.

V naslednjem eksperimentu analiziramo vedenje mobilnega robota ob umiku, pri čemer primerjamo odziv sistema pri različnih višinah vrha robota. Levi stolpec na sliki 7 prikazuje primer, ko se TCP nahaja višje v delovnem prostoru, desni stolpec pa primer bližje tlem.

Prva vrstica prikazuje celotno trajektorijo TCP v 3D prostoru. Druga vrstica podaja napako sledenja v obeh primerih. Tretja vrstica prikazuje hitrosti mobilnega robota: v primeru višje lege ostaja hitrost majhna in je večinoma rotacijska, medtem ko v primeru nižje lege pride do izrazitega umika. Četrta vrstica prikazuje translacijski pomik in orientacijo mobilnega robota v ravnini.

V scenariju z nižjo višino sistem sproži gibanje nazaj ter hkrati rotacijo, s čimer zagotovi, da se manipulator ne znajde v nevarni bližini mobilnega robota. Nasprotno, pri višjih legah je dovolj že zasuk za ohranitev varne konfiguracije. Rezultati potrjujejo, da se kontrolna strategija odziva skladno s prostorskim položajem vrha robota ter ustrezno modulira vedenje v funkciji višine.

V nadaljevanju na sliki 8 prikažemo obnašanje sistema pri sledenju vrha robota v celotnem delovnem prostoru. Levo je prikazana 3D pot v obliki kvadrata z ostrimi zavoji na ogliščih,



Slika 6: Primerjava sledenja poti v smeri naprej z onemogočenim (levi stolpec) in omogočenim (desni stolpec) gibanjem mobilnega robota. Od zgoraj navzdol so prikazane: (1) pozicija TCP in referenca v x -smeri, (2) napaka sledenja, (3) hitrost TCP v globalnem koordinatnem prostoru, (4) hitrost TCP v bazičnem koordinatnem prostoru, (5) linearna in kotna hitrost mobilnega robota ter (6) njegova pozicija.

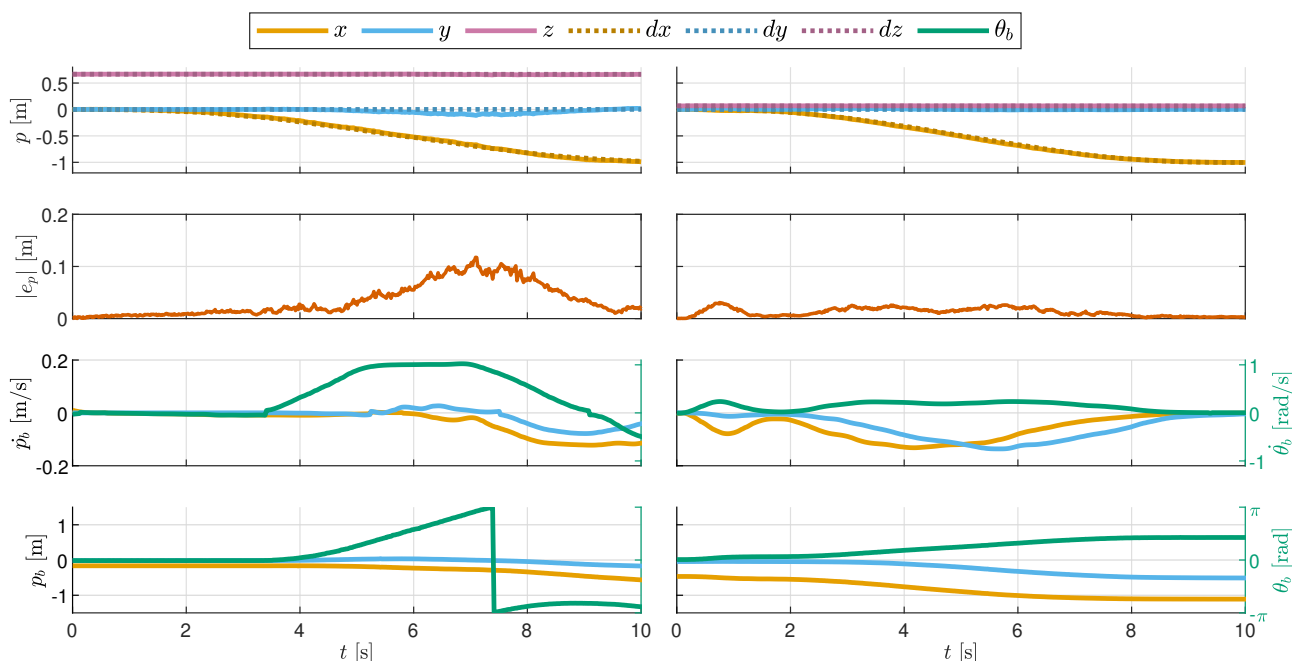
medtem ko desni prikazuje dinamično, gladko trajektorijo s prostim gibanjem v višino in stran. V obeh primerih mobilni robot učinkovito sledi poti, se pravočasno obrača in premika, ter ohranja stabilno poravnavo z vrhom robota brez oscilacij ali prekinitev.

Ti primeri potrjujejo splošnost in robustnost predlaganega algoritma. Sistem omogoča usklajeno sledenje v celotnem delovnem prostoru tudi pri zahtevnih in nestrukturiranih nalogah, pri čemer ohranja varnost, gladkost in modularnost vodenja brez potrebe po globalnih senzorjih ali kompleksni koordinaciji med manipulatorjem in osnovo.

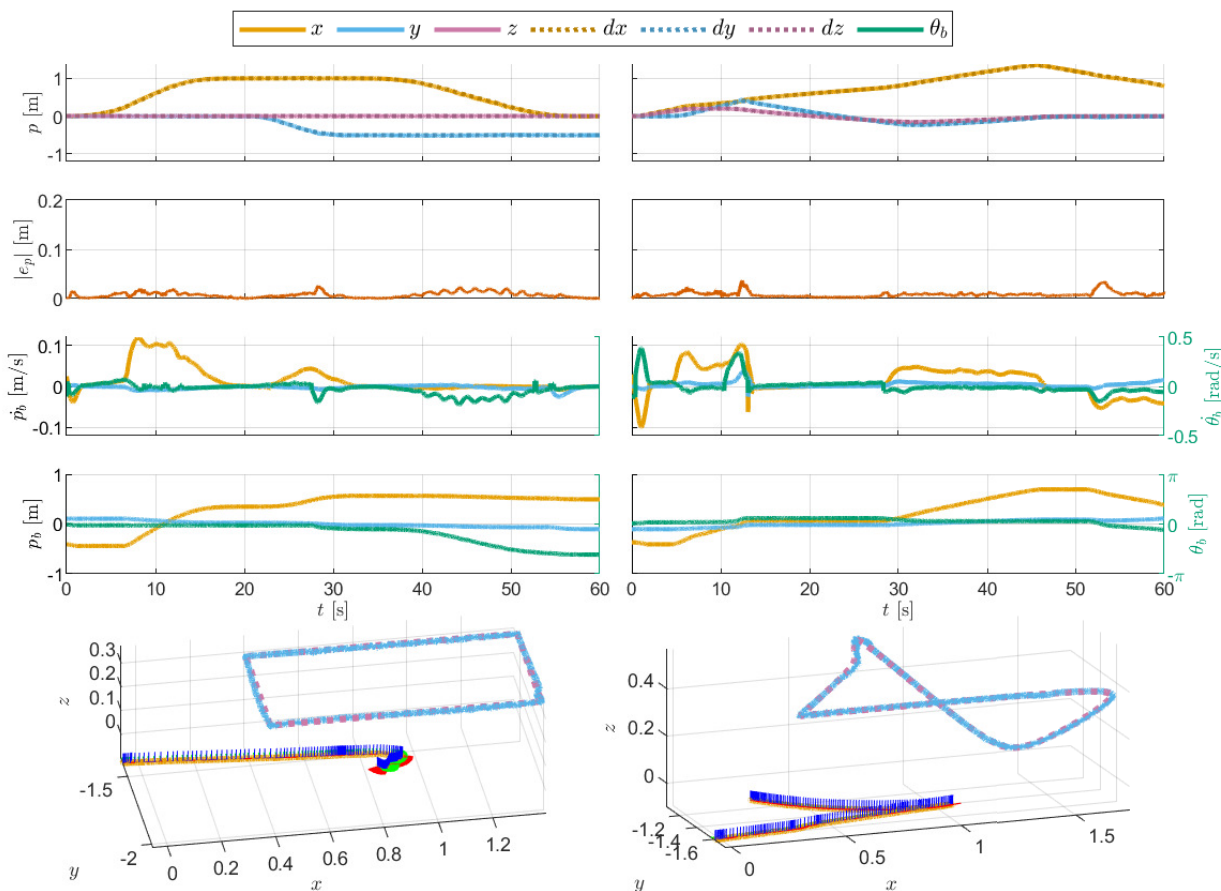
Rezultati predstavljene analize in eksperimentalne validacije potrjujejo, da predlagana metoda lokalnega vodenja mobilnega robota na osnovi vektorskega polja hitrosti omogoča robustno, varno in intuitivno delovanje v širokem spektru scenarijev. Sistem se uspešno odziva na spremembe položaja vrha robota, pri čemer zvezno prehaja med različnimi načini gibanja (mirovanje, razširitev, umik) brez potrebe po eksplozivni globalni lokalizaciji ali zunanjih senzorjih.

Posebej pomembna je lastnost modularnosti, saj vodenje osnove deluje neodvisno od načina generiranja gibanja manipulatorja. To omogoča uporabo sistema tako v kontekstu fizičnega vodenja s strani človeka kot v povsem avtonomnih režimih, brez potrebe po spremembah logike vodenja osnove. Eksperimentalni rezultati v različnih prostorskih konfiguracijah – vključno s sinusnimi, stranskimi, navpičnimi in ostrimi potmi – dodatno potrjujejo, da je sistem sposoben slediti kompleksnim trajektorijam z visoko stopnjo natančnosti in stabilnosti.

Zaradi svojih lastnosti je predlagana metoda primerna za široko uporabo v sodelovalnih



Slika 7: Primerjava vodenja pri umiku za dve višini TCP: višje (levo) in nižje (desno). Vrstice od zgoraj navzdol prikazujejo: (1) položaj TCP v 3D prostoru, (2) napako sledenja, (3) linearno in kotno hitrost mobilnega robota ter (4) njegov položaj in orientacijo v ravnini. Pri višji legi se osnova predvsem rotira; pri nižji višini pa se dodatno umakne, da ohrani varno konfiguracijo.



Slika 8: Sledenje reprezentativnim prostorskim trajektorijam. Levo: kvadratna pot z ostrimi zavoji; desno: gladka dinamična pot z višinsko in lateralno komponento. Vrstice: (1) 3D položaj TCP, (2) napaka sledenja, (3) hitrosti mobilnega robota, (4) položaj in orientacija mobilnega robota, (5) 3D sledi TCP in mobilnega robota. Sistem stabilno in odzivno sledi tako strukturiranim kot nestrukturiranim potem.

robotskih sistemih, kjer je potrebna lokalna, reaktivna in varna koordinacija med mobilno osnovo in manipulatorjem v realnem času.

Literatura

- [1] R. Bostelman, T. Hong, and J. Marvel. Survey of research for performance measurement of mobile manipulators. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 121:342–366, 2016.
- [2] S. Chitta, B. Cohen, and M. Likhachev. Planning for autonomous door opening with a mobile manipulator. In *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1799–1806, 2010.
- [3] S. Chitta, E. G. Jones, M. Ciocarlie, and K. Hsiao. Mobile manipulation in unstructured environments: Perception, planning, and execution. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19(2):58–71, 2012.

- [4] N. Ghodsian, K. Benfriha, A. Olabi, V. Gopinath, and A. Arnou. Mobile Manipulators in Industry 4.0: A Review of Developments for Industrial Applications. *Sensors*, 23(19), 2023.
- [5] M. Gifftthaler, F. Farshidian, T. Sandy, L. Stadelmann, and J. Buchli. Efficient kinematic planning for mobile manipulators with non-holonomic constraints using optimal control. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3411–3417, 2017.
- [6] A. Iriondo, E. Lazkano, L. Susperregi, J. Urain, A. Fernandez, and J. Molina. Pick and place operations in logistics using a mobile manipulator controlled with deep reinforcement learning. *Applied Sciences*, 9(2), 2019.
- [7] S. Kim, K. Jang, S. Park, Y. Lee, S. Y. Lee, and J. Park. Whole-body control of non-holonomic mobile manipulator based on hierarchical quadratic programming and continuous task transition. *2019 4th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics, ICARM 2019*, (April):414–419, 2019.
- [8] W. Li and R. Xiong. A hybrid visual servo control method for simultaneously controlling a nonholonomic mobile and a manipulator. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 22(2):141–154, feb 2021.
- [9] J. Liu, Y. Deng, Y. Liu, L. Chen, Z. Hu, P. Wei, and Z. Li. A logistic-tent chaotic mapping levenberg marquardt algorithm for improving positioning accuracy of grinding robot. *Scientific Reports*, 14(1):9649, 2024.
- [10] X. Meng, X. Meng, Y. He, J. Han, and J. Han. Survey on Aerial Manipulator: System, Modeling, and Control. *Robotica*, 38(7):1288–1317, 2020.
- [11] T. Petrič and L. Žlajpah. Kinematic model calibration of a collaborative redundant robot using a closed kinematic chain. *Scientific Reports*, 13(1):17804, 2023.
- [12] T. Sandakalum and M. H. Ang. Motion Planning for Mobile Manipulators—A Systematic Review. *Machines*, 10(2), 2022.
- [13] M. Weyrer, M. Brandstötter, and M. Husty. Singularity avoidance control of a non-holonomic mobile manipulator for intuitive hand guidance. *Robotics*, 8(1):1–17, 2019.
- [14] H. Zhang, Q. Sheng, Y. Sun, X. Sheng, Z. Xiong, and X. Zhu. A novel coordinated motion planner based on capability map for autonomous mobile manipulator. *Robotics and Autonomous Systems*, 129:103554, 2020.
- [15] Z. Zhou, X. Yang, H. Wang, and X. Zhang. Coupled dynamic modeling and experimental validation of a collaborative industrial mobile manipulator with human-robot interaction. *Mechanism and Machine Theory*, 176:105025, 2022.
- [16] L. Žlajpah and T. Petrič. Kinematic calibration for collaborative robots on a mobile platform using motion capture system. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 79:102446, 2023.